

NOVEMBER/DECEMBER 2023

23UMA11 — ALGEBRA AND
TRIGONOMETRY

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define reciprocal equation.

தலைகீழ் சமன்பாட்டை வரையறு.

2. Find the quotient and remainder when $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5$ is divided by $x - 2$.

3. Show that

$$\log 2 - \frac{(\log^2)^2}{2!} + \frac{(\log^2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$$

$$\log 2 - \frac{(\log^2)^2}{2!} + \frac{(\log^2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2} \text{ என நிறுவுக.}$$

4. Write the series of $\frac{e - e^{-1}}{2}$.

$$\frac{e - e^{-1}}{2} \text{ ன் தொடரை எழுதுக.}$$

18. Find the Eigen vectors and eigen values for the

matrix $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் வெக்டர் மற்றும் ஐகன் மதிப்பு காண்க.

19. Prove that $\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta} = 32 \cos^5 \theta - 32 \cos^3 \theta + 6 \cos \theta$.

$\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta} = 32 \cos^5 \theta - 32 \cos^3 \theta + 6 \cos \theta$ என நிரூபி.

20. Separate in to real and imaginary parts of $\tan^{-1}(x+iy)$.

$\tan^{-1}(x+iy)$ -ன் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளை பிரித்து எழுதுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Solve the equation

$x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ by removing its second term

$x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 72x + 35 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கி தீர்க்க.

Or

- (b) Find the positive root of the equation by Horner's method $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$.

ஹார்னஸ் முறையில் $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தின் மதிப்பைக் காண்க.

12. (a) Sum the series to infinity

$\frac{15}{16} + \frac{15 \cdot 21}{16 \cdot 24} + \frac{15 \cdot 21 \cdot 27}{16 \cdot 24 \cdot 32} + \dots$

$\frac{15}{16} + \frac{15 \cdot 21}{16 \cdot 24} + \frac{15 \cdot 21 \cdot 27}{16 \cdot 24 \cdot 32} + \dots$ என்ற முடிவிலி தொடரின் கூடுதல் காண்க.

Or

- (b) Sum the series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^3}{n!} x^n$.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^3}{n!} x^n$ - தொடரின் கூடுதல் காண்க.



13. (a) Verify Cayley-Hamilton theorem for the

$$\text{matrix } A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு கெய்லி}$$

ஹேமில்டன் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

Or

- (b) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு எதிர் அணியைக்}$$

காண்க.

14. (a) Expand $\sin^6 \theta \cos^2 \theta$ in a series of Cosines of multiple of θ .

$\sin^6 \theta \cos^2 \theta$ -ன் தொடரை கொசைனின் வாயிலாக θ -ன் மடங்காக விவரி.

Or

- (b) If $\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{5045}{5046}$ show that $\theta = 1^\circ 58$ approximately.

$\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{5045}{5046}$ எனில் தோராயமாக $\theta = 1^\circ 58$ என நிறுவுக.

15. (a) If $\cos(x + iy) = \cos \theta + i \sin \theta$ prove that $\cos 2x + \cosh 2y = 2$.

$\cos(x + iy) = \cos \theta + i \sin \theta$ எனில் $\cos 2x + \cosh 2y = 2$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Sum the series $\sin hx + \sin h(x + y) + \sin h(x + 2y) + \dots$ to n terms.

$\sin hx + \sin h(x + y) + \sin h(x + 2y) + \dots$ என்ற தொடரின் n உறுப்பின் கூடுதல் காண்க.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve $6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6 = 0$.

தீர்க்க : $6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 + 35x - 6 = 0$.

17. Show that

$$\log \sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} +$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \dots$$

$$\log \sqrt{12} = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} +$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \dots \text{ என நிரூபி.}$$

5. State Cayley Hamilton theorem.

கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

6. Find the sum of the eigen values of the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

அணியின் ஐகன் மதிப்புகளின் கூடுதலைக் காண்க.

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

7. Expand $\tan n\theta$ in powers of $\tan \theta$.

$\tan n\theta$ -ன் விரிவை $\tan \theta$ வின் அடுக்குகளில் எழுதுக.

8. Expand $\sin 5\theta$.

$\sin 5\theta$ -வை விரிவுபடுத்து.

9. Prove that $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$.

$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$ என நிறுவுக.

10. Find $\text{Log}(1+i)$.

$\text{Log}(1+i)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.